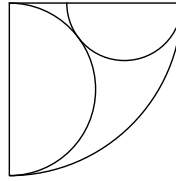


- 20** El dibujo muestra un cuarto de circunferencia de radio 2 y dos semicircunferencias tangentes.  
¿Cuál es el radio de la semicircunferencia pequeña?

A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$     E)  $\frac{2}{3}$



- 21** ¿Cuáles de las siguientes desigualdades no tienen soluciones reales?

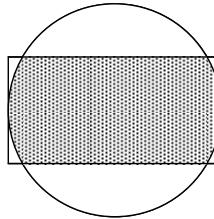
1.  $2x < 2^x < x^2$     2.  $x^2 < 2x < 2^x$     3.  $2^x < x^2 < 2x$   
 4.  $x^2 < 2^x < 2x$     5.  $2^x < 2x < x^2$     6.  $2x < x^2 < 2^x$   
 A) 1 y 3    B) 1 y 6    C) 2 y 4    D) 2 y 5    E) 3 y 5

- 22** ¿Cuál es el menor de los siguientes números?

A)  $10 - 3\sqrt{11}$     B)  $8 - 3\sqrt{7}$     C)  $5 - 2\sqrt{6}$     D)  $9 - 4\sqrt{5}$     E)  $7 - 4\sqrt{3}$

- 23** El círculo y el rectángulo de la figura tienen el mismo centro. Si las dimensiones del rectángulo son  $6 \times 12$  y los dos lados pequeños del rectángulo son tangentes al círculo, ¿cuál es el área de la región común al rectángulo y al círculo?

A)  $12\pi + 18\sqrt{3}$     B)  $24\pi - 3\sqrt{3}$     C)  $18\pi - 8\sqrt{3}$   
 D)  $18\pi + 12\sqrt{3}$     E)  $24\pi + 18\sqrt{3}$

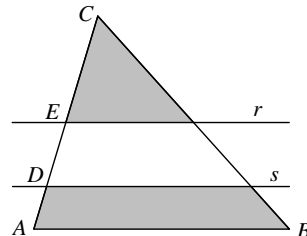


- 24** En un triángulo rectángulo la bisectriz de un ángulo agudo corta al cateto opuesto en dos trozos de longitudes 1 y 2. ¿Cuál es la longitud del segmento de bisectriz interior al triángulo?

A)  $\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{3}$     C) 2    D)  $\sqrt{5}$     E)  $\sqrt{6}$

- 25** Las rectas paralelas  $r$  y  $s$  son también paralelas al lado  $AB$  del triángulo  $ABC$  de la figura. Si las zonas sombreadas tienen igual área y  $\frac{CD}{DA} = 4$ , ¿cuál es el valor de  $\frac{CE}{EA}$ ?

A) 1    B) 2    C) 3    D)  $\frac{3}{2}$   
 E)  $\frac{4}{3}$



**iii Lee detenidamente estas instrucciones !!!**

**Escribe tu nombre** y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

**No está permitido el uso de calculadoras**, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

Cada respuesta **correcta** te aportará **5 puntos**  
 Cada pregunta que dejes **en blanco** **1 punto**  
 Cada respuesta **errónea** **0 puntos**

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA**  LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

**SI TE EQUIVOCAS**, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

**CONVOCA**

Facultad de Matemáticas de la UCM

**ORGANIZA**

Asociación Matemática  
 Concurso de Primavera

**COLABORAN**

Universidad Complutense de Madrid  
 Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
 El Corte Inglés  
 Grupo ANAYA  
 Grupo SM  
 Smartick

- 1 La ecuación  $\log_2 \sqrt{x+1} + \log_2 x = \log_2 \sqrt{x-1} + \log_2 (-x)$
- A) Tiene una solución real      B) Tiene dos soluciones reales  
 C) Tiene infinitas soluciones reales      D) No tiene soluciones reales  
 E) Tiene un número finito, mayor que dos, de soluciones reales

- 2 Si  $\log_2 \sqrt[3]{0,125} = x$ , el valor de  $x \cdot n$  es:

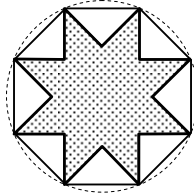
- A) -1      B) 2      C) -3      D) 4      E) -5

- 3 ¿Cuántos números menores que 100 son el producto de tres primos?

- A) 18      B) 19      C) 20      D) 21      E) 22

- 4 El lado del octógono regular mide 4 cm. El área de la estrella octogonal de la figura, en  $\text{cm}^2$ , es:

- A)  $32\sqrt{2}$       B) 32      C)  $24\sqrt{2}$       D)  $16\sqrt{2}$       E) 24



- 5 Dado el complejo  $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ , la suma  $1 + z + z^2 + \dots + z^8$  es:

- A) 1      B)  $i$       C) 0      D)  $-i$       E) -1

- 6 Teniendo en cuenta que  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$ , ¿cuánto suman todos los productos de dos números distintos tomados del 1 al 10?

- A) 1650      B) 1540      C) 1430      D) 1320      E) 1210

- 7 Una de las asíntotas de la hipérbola,  $y = \frac{3x^2 - 5x + 1}{x - 2}$  es:

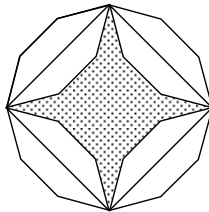
- A)  $y = x + 1$       B)  $y = 3x - 1$       C)  $y = x + 3$       D)  $y = 3x + 1$       E)  $y = x - 2$

- 8 El número de soluciones del sistema  $\begin{cases} y = x^2 - x + 1 \\ x = y^2 - y + 1 \end{cases}$ , es:

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

- 9 En un dodecágono regular hemos inscrito un cuadrado y usando sus lados como ejes de simetría hemos dibujado la estrella sombreada de cuatro puntas de la figura. Si el lado del dodecágono mide 1 cm, el área de la estrella, en  $\text{cm}^2$ , es:

- A)  $2 + \sqrt{3}$       B)  $\frac{6 + \sqrt{2}}{2}$       C)  $2\sqrt{3}$       D)  $5 - \sqrt{2}$       E) 4



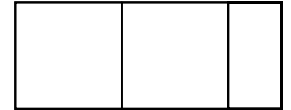
- 10 En una feria cada diez minutos se sortea un premio entre diez papeletas. Con una papeleta en cada sorteo, ¿cuántas veces debo participar al menos para que la probabilidad de llevarme premio sea mayor que  $\frac{1}{2}$ ?

- A) 8      B) 7      C) 6      D) 5      E) 4

- 11 Si  $2 + 3i$  es una raíz cuarta de  $z$ , también lo es:

- A)  $2 - 3i$       B)  $3 - 2i$       C)  $3 + 2i$       D)  $-2 + 3i$       E)  $-3 - 2i$

- 12 El rectángulo de la figura está dividido en dos cuadrados y un rectángulo pequeño. Si el rectángulo pequeño es semejante al rectángulo original y el lado de cada cuadrado es 1, ¿cuál es la longitud del lado largo del rectángulo original?



- A)  $2\sqrt{3} - 14$       B)  $1 + \sqrt{2}$       C)  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$       D)  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$       E)  $8(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

- 13 ¿Cuántos puntos comunes tienen las gráficas de las funciones  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

- 14 Si la base mayor de un trapecio isósceles mide igual que la diagonal y la base menor mide igual que la altura del trapecio, ¿cuál es el cociente entre la longitud de la base menor y la de la base mayor?

- A)  $\frac{2}{5}$       B)  $\frac{3}{5}$       C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{3}{4}$       E)  $\frac{4}{5}$

- 15 El máximo valor que alcanza la función  $f(x) = \frac{\sin^3 x \cdot \cos x}{1 + \tan^2 x}$  es:

- A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) 1

- 16 Lanzamos un dado normal seis veces. Si  $p$  es la probabilidad de que en los seis lanzamientos se obtengan números distintos, entonces el número  $p$  verifica:

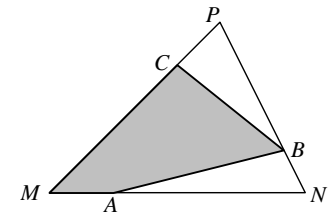
- A)  $p \leq 0,02$       B)  $0,02 < p \leq 0,04$       C)  $0,04 < p \leq 0,06$   
 D)  $0,06 < p \leq 0,08$       E)  $p > 0,1$

- 17 Si  $x^2 + xy + y^2 = 84$  y  $x - \sqrt{xy} + y = 6$ , ¿cuál es el valor de  $xy$ ?

- A) 16      B) 25      C) 36      D) 49      E) 64

- 18 Los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la figura dividen a cada lado del triángulo  $MNP$  en dos trozos que están en la relación 1:3. ¿Qué fracción del área del triángulo está sombreada?

- A)  $\frac{7}{16}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{9}{16}$       D)  $\frac{5}{8}$   
 E)  $\frac{11}{16}$



- 19 Una bolsa contiene  $m$  bolas blancas y  $n$  bolas negras. Extraemos una bola al azar y la devolvemos a la bolsa añadiendo otras  $k$  bolas del mismo color que la extraída. Posteriormente sacamos otra bola. ¿Cuál es la probabilidad de que esta segunda bola sea blanca?

- A)  $\frac{m}{m+n}$       B)  $\frac{n}{m+n}$       C)  $\frac{m}{m+n+k}$       D)  $\frac{m+k}{m+n+k}$       E)  $\frac{m+n}{m+n+k}$